

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ЦЕНТР ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ

ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН
для учащихся инженерных классов (11 класс) города Москвы

Методические рекомендации
по решению задач практической части предпрофессионального экзамена

ПРАКТИЧЕСКИЕ СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ
(Исследовательское направление)

Авторы:

Буркова Е.Г., старший преподаватель
кафедры «Основы физики» СУНЦ МГТУ
им. Н.Э. Баумана;
Козичев В.В., инженер НИИ
«Энергомашиностроение» МГТУ им. Н.Э.
Баумана.

Москва 2018

Введение

В рамках проекта «Инженерный класс в московской школе» предполагается проведение предпрофессионального экзамена, результаты которого будут являться одной из оценок успешности реализации проекта в образовательном учреждении. Данные методические указания посвящены ситуационным задачам инженерного содержания, одной из моделей второй практико-ориентированной части предпрофессионального экзамена.

Задания практической части направлены на умение применять теоретические знания в решении разноплановых ситуационных задач, использовать алгоритмы при решении задач, применять профильные знания в нестандартных ситуациях, проводить исследования, презентовать полученные результаты.

Все ситуационные практические задачи делятся на четыре группы в соответствии с направлениями подготовки инженеров в техническом вузе:

- Технологическое (инженер-технолог);
- Исследовательское (инженер-исследователь);
- Конструирование (инженер-конструктор);
- Программирование (инженер-программист).

Познакомимся подробнее с задачами **исследовательского направления**, отличающиеся необходимостью проведения анализа определенной конструкции или технического (инженерного) решения по заданным критериям. Например, задачи на оптимизацию.

Задачи данного направления имеют основной целью установление частных или фундаментальных зависимостей характеристик технических (или физических) систем, имеющих признаки общеупотребимых (то есть применимых во всех устройствах аналогичной или подобной структуры). Отличительной особенностью задач исследовательского направления является, как правило, опора на базовые, фундаментальные физические принципы, а также необходимость выводить и облекать в математически строгую форму зависимости, не прописанные в явном виде в школьном курсе, но вытекающие с помощью логических рассуждений и знаний математики из условия задачи или анализа физической картины.

Практические ситуационные задачи имеют повышенный или высокий уровень сложности.

Решение задач осуществляется на бумажном носителе и происходит в два этапа. За первый этап (письменное решение), который длится 60 минут, возможно получить 50 баллов максимально. Затем происходит защита решения, презентация полученных результатов. Второй этап длится 5 минут и за него возможно получить максимально 10 баллов.

Общие критерии оценивания задач

Критерии оценки качества решения задачи состоят из базового блока и дополнительных баллов. **Базовый блок** оценки имеет общую для всех типов задач структуру, но различается распределением баллов между отдельными критериями в

зависимости от направления (категории) задачи. **Дополнительные баллы** имеют одинаковое полное количество, но начисляются за особенности решения, характерные для каждого направления (категории) задачи.

При этом к каждой задаче существуют более подробные критерии оценивания с указанием конкретных элементов по баллам.

Основные критерии (Базовый блок)

1. Выделение основных физических процессов, их последовательности и причинно-следственных связей. Данный пункт подразумевает оценку текстового и графического описания физических процессов.

При наличии в структуре физической картины задачи нескольких крупных этапов или обособленных элементов – каждый из них оценивается отдельно и общее число баллов делится поровну между данными элементами. Таким образом корректный анализ части физической картины позволяет получить некоторое количество баллов.

2. Правильная формализация физических процессов, запись основных зависимостей (формул), описывающих физические процессы или состояния элементов системы. В качестве исходных формул необходимо использовать законы и определения физических величин, общие известные уравнения процессов и состояний. Структура формализации должна соответствовать структуре физической картины.

3. Составление системы уравнений, алгоритма расчета, математической модели.

Здесь корректная запись системы является приоритетной относительно упрощения и приведения к удобному математическому виду. То есть правильная запись уравнений (не исходных уравнений физических законов, например, а уравнений, преобразованных для получения нужной информации) является важнее их преобразования и приведения к красивому виду.

4. Проведение расчетов, получение и представление результата. Основное внимание уделяется качеству полученных данных. Дополнительные баллы могут быть начислены за предоставление результатов в строгом соответствии со структурой вопросов задачи.

Дополнительные баллы для задач различных направлений

Исследовательские задачи:

- до 3 дополнительных баллов начисляется за корректный подход к анализу влияющих факторов (учет факторов, не отраженных в явном виде в условии, оценка значимости факторов, устранение малозначимых факторов);

- до 3 дополнительных баллов начисляется за анализ результатов решения (качественная и количественная интерпретация результатов, общие выводы из частного решения, качественная и количественная оценка области применения полученной модели или закономерности).

Дополнительные критерии

1. Если решение задачи содержит разрозненные записи, выделены правильно некоторые физические процессы, присутствует одна - две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то ставится 1-2 балла.

2. Верные решения задач могут отличаться от авторских. Допустим учет дополнительных параметров, не предусмотренных авторами в случае, если не нарушаются физические законы и технические закономерности функционирования системы.

3. За отсутствие пояснений, ошибки в численных расчетах при верном пути решения задачи снимается 1-2 балла.

4. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание проводится по критериям, приведенным для каждой задачи.

Сводная таблица распределения максимального количества баллов

Подпункт	Исследовательская
1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей	
Основные баллы	
Графическое описание	
Структурирование	
Максимальное число баллов за этап	
2. Формализация физических процессов	
Основные баллы	
Максимальное число баллов за этап	
3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели	
Основные баллы	
Преобразование системы уравнений	
Максимальное число баллов за этап	
4. Проведение расчетов, получение и представление результата	
Расчеты и результат	
Представление результата	
Максимальное число баллов за этап	

5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи	
Максимальное число баллов за этап	
Общее количество баллов	
Максимальная сумма баллов за задачу	

Защита подразумевает развернутое сопровождение логики и хода решения задачи. Максимальная оценка составляет 10 баллов в зависимости от полноты и качества пояснений, а также ответов на вопросы комиссии.

Таким образом, полная максимальная сумма за комплекс «Решение + защита» составляет 60 баллов.

Алгоритм решения задач

В связи разделением задач на четыре группы можно вести речь о различных деталях алгоритмов решения, но при этом общая схема и подход к решению ситуационных практических задач остаются неизменными.

Важно увидеть в условии задачи физические процессы и явления, которые лежат в основе функционирования конструкции или в основе описываемых технологических процессов. Следующим важным шагом решения задачи является аналитическое описание «физической картины» задачи, т.е. отражение всех явлений и процессов с помощью формул. Здесь важно уметь использовать известные школьниками законы физики в несколько измененных, иногда непривычных, условиях. Важное значение имеет математическая подготовка обучающихся, ведь далее необходимо построить математическую модель, соответствующую конкретным условиям функционирования системы, получить систему уравнений, возможно, использовать некоторые упрощения. На заключительном этапе проводятся математические преобразование, решение полученной системы, численные расчеты и оценка реальности полученного результата. Решение необходимо сопровождать пояснениями, описанием и обоснованием принятых допущений. В рассуждениях следует придерживаться логической последовательности.

Таким образом, можно выделить следующие шаги в решении практических ситуационных задач:

1. Выделить (назвать) основные физические процессы и явления, лежащие в основе работы и/или оказывающие влияние на работу описанных в поставленной задаче технических объектов, а также установить их последовательность и причинно-следственные связи.

2. Привести, при необходимости, графическое (схематическое) описание поставленной задачи.

3. Формализовать задачу, т.е. сформулировать вводимые при решении задачи допущения, привести необходимые для её решения базовые физические соотношения (формулы).

4. Определить есть ли необходимость в дополнительных исходных или справочных данных.

5. Составить систему уравнений (математическую модель), решить её, получить аналитические соотношения для искомых величин.

6. Произвести числовые расчеты, проверив соответствие единиц измерения физических величин.

7. Представить полученные результаты в соответствии с вопросами задачи.

Примеры задач с решениями

Задача №1. Неподъемное крыло (*Исследовательское направление*)

Условие задачи:

В недрах Сколково разработан инновационный самолет – летающее крыло (самолет без фюзеляжа и оперения, состоящий из крыла и размещенных в нем двигателей и прочих агрегатов). Прототип изготовлен из пенопласта, имеет размах крыльев 3 м, площадь крыла 0,9 м² и взлетную массу 2 кг.

Подъемная сила крыла и сила аэродинамического сопротивления определяются соответственно с помощью следующих уравнений:

$$F_Y = C_Y S \frac{\rho v^2}{2},$$

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2}.$$

где C_Y – коэффициент подъемной силы, C_X – коэффициент аэродинамического сопротивления, S – площадь крыла, ρ – плотность воздуха, v – скорость полета.

Значения аэродинамических коэффициентов зависят от многих величин и параметров. В рамках задачи они постоянны и равны $C_Y = 1,2$ и $C_X = 0,1$. Для горизонтального полета подъемная сила должна компенсировать силу тяжести самолета, а сила тяги двигателей должна компенсировать силу аэродинамического сопротивления.

В рамках развития инновационного проекта разработчик принял решение масштабировать прототип в сторону увеличения без изменения технологии изготовления (бюджетные средства, выделенные на программу, позволяют). Очевидно, масса самолета пропорциональна его объему, который, в свою очередь, пропорционален размеру в кубе. Площадь крыла пропорциональна его размеру в квадрате.

Затраты на изготовление самолета в первом приближении складываются из стоимости материалов, стоимости изготовления и стоимости разработки. Стоимость материала составляет 100 руб/кг. Стоимость изготовления пропорциональна площади крыла и составляет 10000 руб/м². Стоимость разработки пропорциональна массе самолета и составляет 5000 руб/кг.

Вопросы:

1. Определите взлетную скорость прототипа и необходимую тягу двигателя.

2. Постройте зависимость размаха крыла, взлетной скорости и тяги двигателей от взлетной массы самолета, в диапазоне последней от 2 кг до 200 т.

3. Каковы максимальные размеры и масса самолета, если взлетная скорость ограничена величиной 100 км/час.

4. Постройте зависимость себестоимости создания самолета от его взлетной массы. Определите массу самолета, который необходимо создать для освоения бюджетных средств в объеме 200 млн. руб.

Решение:

1) Прямая задача определения параметров прототипа.

Взлетной называется скорость, при которой подъемная сила крыла достигает силы тяжести самолета:

$$C_Y S \frac{\rho v^2}{2} = Mg.$$

Выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2Mg}{C_Y S \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{1,2 \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot 1,2 \text{ кг/м}^3}} = 5,5 \text{ м/с (или 19,8 км/ч)}.$$

Необходимая тяга двигателя равняется силе сопротивления, рассчитываемой при известной скорости полета:

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2} = 0,1 \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot \frac{1,2 \text{ кг/м}^3 \cdot \left(5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = 1,634 \text{ Н}.$$

2) Для построения зависимостей параметров самолета от его массы запишем несколько уравнений.

Масса самолета пропорциональна его объему (или кубу размера):

$$M = KH^3$$

где K – коэффициент пропорциональности, H – линейный размер самолета (например, размах крыла). Определим значение коэффициента исходя из характеристик прототипа:

$$K = \frac{M_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^3} = \frac{2 \text{ кг}}{27 \text{ м}^3} \approx 0,074 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Таким образом, размах крыла зависит от массы как:

$$H = \sqrt[3]{\frac{M}{K}}.$$

Площадь крыла пропорциональна квадрату линейного размера:

$$S = JH^2.$$

Определим значение коэффициента пропорциональности:

$$J = \frac{S_{\text{прот}}}{H^2} = 0,1.$$

Таким образом, площадь крыла зависит от массы как:

$$S = JH^2 = J \left(\frac{M}{K} \right)^{2/3}.$$

Составим таблицу расчетных значений требуемых параметров:

М, кг	Н, м	S, м ²	V _{мин} , м/с	P, Н
2	3,001001	0,900601	5,50069	1,635
200	13,92941	19,40285	11,85088	163,5
2000	30,01001	90,06005	17,39471	1635
20000	64,6546	418,0217	25,53194	16350
200000	139,2941	1940,285	37,47576	163500

3) 100 км/ч – это $100/3,6 = 27,8$ м/с.

Далее, используя результаты пп. 1) и 2), имеем:

$$v^2 = \frac{2Mg}{C_Y S \rho} = \frac{2g^3 \sqrt{MK^2}}{C_Y J \rho}.$$

Отсюда

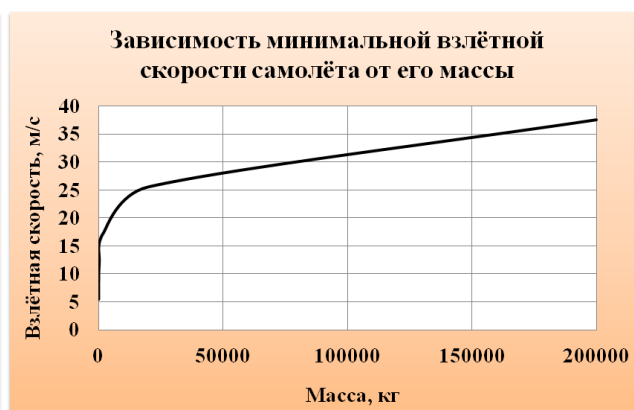
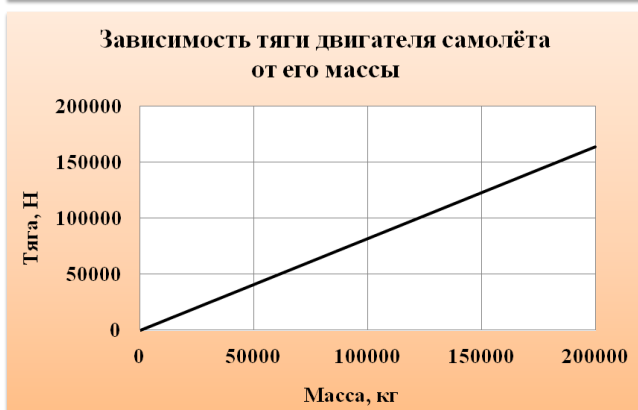
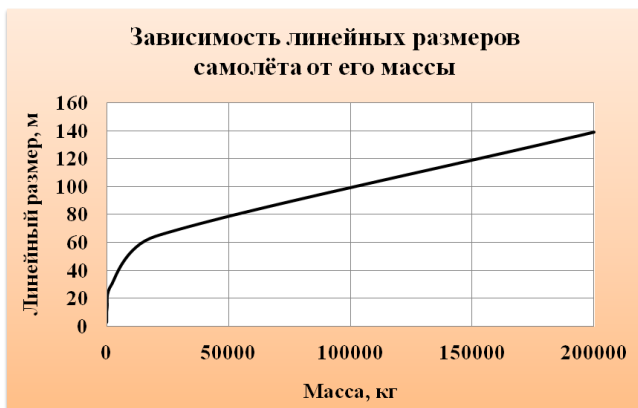
$$M = \left(\frac{C_Y J \rho v^2}{2g} \right)^3 / K^2 = 33000 \text{ кг.}$$

4) Дополним таблицу п.2 данными о стоимости, рассчитанными на основе имеющейся информации.

М, кг	C _{мат} , руб	C _{изг} , руб	C _{разр} , руб	C _{полн} , руб
2	200	9.006,005	10.000	19.206,01
200	20.000	194.028,5	1.000.000	1.214.028
2000	200.000	900.600,5	10.000.000	11.100.601
20000	2.000.000	4.180.217	1E+08	1,06E+08
200000	20.000.000	19.402.850	1E+09	1,04E+09

Масса самолета составляет 38000 кг.

Построим графики:



Задача №2. Неизвестная планета

Условие задачи:

Исследователь оказался на неизвестной планете с линейкой и 10-метровым шестом, оснащённым приспособлением, позволяющим установить его вертикально.

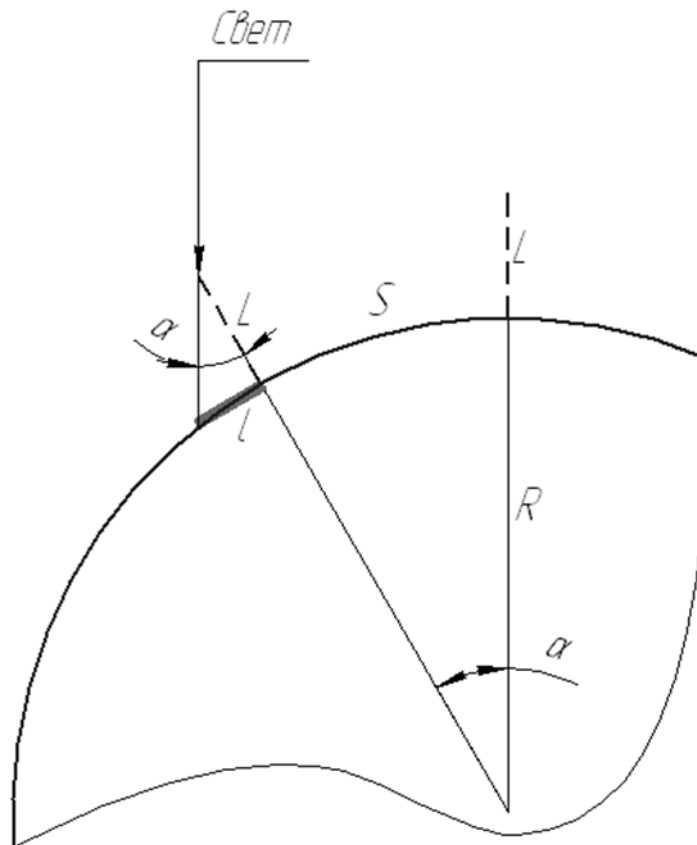
Исследователь нашел точку, в которой тень шеста отсутствует, а также определил направление движения местной звезды. Отойдя от базовой точки на 10, 20 и 50 км перпендикулярно направлению движения звезды по небу, он провел три измерения. Длина тени составила 41, 90 и 219 мм соответственно.

Вопросы:

1. Определить диаметр планеты.
2. Оцените точность определения диаметра планеты в первом измерении, если точность определения дистанции составляет $\pm 5\%$, а точность измерения длины тени $\pm 2\text{мм}$.

Решение:

1) Примем допущение о том, что звезда бесконечно далеко от планеты – тогда лучи света падают на планету с одной стороны параллельным пучком.



$$\alpha = \arctg(l / L),$$

где L – 10-метровый шест, l – длина тени от него.

Длина пройденного по планете расстояния от экватора равна

$$S = \alpha R = \alpha D / 2,$$

отсюда

$$D = \frac{2S}{\arctg(l / L)}$$

Получим значения диаметра 4878, 4445 и 4567 км соответственно. Средняя величина – 4630 км.

2) Реальная дистанция составляет 9500-10500 м. Реальная длина тени 39-43 мм.

Для получения максимального значения диаметра подставим в уравнение максимальную дистанцию и минимальную длину тени. Для минимального значения диаметра – наоборот.

Таким образом, диаметр составляет от 4418-5384 км.

Погрешность определения диаметра в первом измерении составляет

$$E_{\min} = \frac{L_{\min} - L}{L} = -9,43\%$$

$$E_{\max} = \frac{L_{\max} - L}{L} = 10,37\%$$

Задача №3. Жидкий азот в сферическом сосуде

Условие задачи:

Жидкий азот хранится в сосуде сферической формы с пенопластовой теплоизоляцией при температуре кипения -195°C (такая же температура внутренней поверхности теплоизоляции). Плотность азота составляет 808 кг/м^3 , а его удельная теплота испарения 199 кДж/кг . Теплопроводность пенопласта $0,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, температура окружающей среды (и внешней поверхности теплоизоляции) равна 20°C .

Для оценки плотности теплового потока через стенку (количеству энергии, проходящей через единицу площади поверхности стенки в единицу времени) используется следующая формула:

$$q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{\delta},$$

где λ – теплопроводность материала стенки, T_1 и T_2 – соответственно, температура внутренней и наружной поверхности стенки, δ – толщина стенки. Тепловой поток направлен со стороны с большей температурой в сторону с меньшей температурой.

Вопрос:

Найти зависимость времени полного испарения азота из ёмкости от диаметра ёмкости в диапазоне $0,2\text{-}1,0 \text{ м}$ при условии, что толщина теплоизоляции составляет $0,01\text{ м}$.

Решение:

Время испарения определяется поступающей в сосуд тепловой мощностью и теплотой испарения жидкого азота. Тепловая мощность равна произведению теплового потока на площадь поверхности сосуда:

$$N = qS$$

$$q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{\delta},$$

$$S = \pi D^2$$

Затраты энергии на испарение азота

$$E = \frac{1}{6} \rho \pi D^3 r_{\text{исп}}$$

Произведение мощности на время равно затратам энергии:

$$N \cdot t = E$$

Решая полученную систему, находим

$$t = k \cdot D$$

где

$$k = \frac{\rho r_{\text{исп}} \delta}{6\lambda(T_2 - T_1)} = 2493 \text{ с/м}^3$$

Граничные значения времени составляют:

$$t(0, 2) = 498 \text{ с} \approx 8 \text{ мин}$$

$$t(1, 0) = 2493 \text{ с} \approx 41,6 \text{ мин}$$

Заключение

Данные методические указания дают возможность получить представление о практических ситуационных задачах исследовательского направления, предлагавшихся на практической части предпрофессионального экзамена в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Приведены критерии оценивания и алгоритм решения задач, а также подробные решения. Авторы постарались отметить основные моменты, отличающие ситуационные задачи от более привычных, с которыми приходится сталкиваться школьникам.

Надеемся, это поможет обучающимся подготовиться к практической части предпрофессионального экзамена.